2Г

УДК 681.5.015.44:621.396.96

И.Ю. Гришин

Крымский государственный гуманитарный университет, г. Ялта, Украина
igrishin@ukr.net

Метод адаптивной рекуррентной фильтрации измерений параметров космических объектов

В работе рассмотрен синтез адаптивного рекуррентного фильтра, который предназначен для статистической обработки измерений параметров движения космических объектов на этапе орбитального маневра в измерительных информационных системах. В основе разработки лежит принцип разделения. В фильтре учтена особенность модели движения космических объектов, что позволило эффективно осуществлять идентификацию параметров траектории на этапе орбитального маневра, а также существенно снизить динамическую ошибку сопровождения на данном этапе.

Постановка проблемы

Известно, что для определения и уточнения параметров орбит космических объектов чаще всего используются измерительные информационные системы, которые применяют для измерения текущих координат радиолокационные станции или лазерные локаторы. При этом для обработки поступающей информации целесообразно использовать рекуррентные фильтры, поскольку количество траекторных измерений обычно бывает достаточно большим (сотни-тысячи измерений) и хранить их в памяти ЭВМ нерационально. Наиболее известным и широко используемым является фильтр Калмана [1]. Известны ряд модификаций этого фильтра, которые позволяют устойчиво сопровождать космические объекты на детерминированных участках траекторий. Однако на участке орбитального маневра космического объекта подобные фильтры приводят к появлению недопустимо больших динамических ошибок сопровождения, которые приводят к сбросу с сопровождения таких объектов.

Анализ публикаций

В работе [2] предложен метод регуляризации рекуррентного фильтра, состоящий в добавлении к матрице ошибок измерений дополнительного члена, что позволяет на участке слабого маневра осуществлять сопровождение космических объектов, однако при этом невозможно осуществить оценку истинных параметров интенсивности маневра, а также присутствует достаточно большая динамическая ошибка сопровождения, что может привести к сбросу с сопровождения объекта.

Для решения указанной проблемы применяются фильтры с обнаружением маневра, оценкой его интенсивности и переключением на рекуррентный фильтр с соответствующей моделью движения. Однако такой подход часто требует больших затрат вычислительных ресурсов и не позволяет существенно снизить динамическую ошибку сопровождения на переходных участках.

Другой подход состоит в применении адаптивных рекуррентных фильтров. Предложенный в работе [3] адаптивный фильтр позволяет эффективно решать задачу сопровождения объектов, которые осуществляют маневр относительно линейной траек-

тории, при этом динамическая ошибка сопровождения таких объектов снижается в 2 – 3 раза по сравнению с фильтрами с обнаружением маневра. Однако применение такого адаптивного фильтра для решения задач обработки данных траекторных измерений космических объектов не представляется возможным, поскольку в рассматриваемом фильтре базовой является линейная модель движения, а модель движения космических объектов на достаточно длительных интервалах сопровождения не является таковой. В результате фильтр постоянно функционирует в режиме сопровождения маневрирующего объекта, что приводит к появлению дополнительной динамической ошибки.

Цель статьи

Осуществить синтез адаптивного фильтра, в котором учитывается особенность модели движения космических объектов, для обеспечения возможности эффективной оценки параметров орбитального маневра и устойчивого сопровождения измерительными информационными системами на таких участках орбиты.

Формализация задачи

Для успешного сопровождения измерительными информационными системами космических объектов на участке орбитального маневра необходимо использовать модель движения, в которой присутствуют дополнительные члены, описывающие такой маневр.

В статье используются обозначения переменных, которые введены в [3] и других работах С.З. Кузьмина, поскольку им наиболее полно рассмотрены практические вопросы рекуррентной фильтрации в измерительных системах.

Модель движения космического объекта на участке орбитального маневра может быть представлена в виде

$$\upsilon_n = \mathbf{\Phi}_n \upsilon_{n-1} + \mathbf{\Gamma}_n \mathbf{g}_{мп} + \mathbf{G}_n \eta_n, \qquad (1)$$

где $\mathbf{\Phi}_n \upsilon_{n-1}$ – уравнение базовой невозмущенной траектории (для космических объектов целесообразно использовать полином второй степени), $\mathbf{g}_{мп}$ – l-мерный вектор возмущений на участке орбитального маневра космического объекта, η_n – p-мерный вектор возмущений, вызванных влиянием внешней среды, $\mathbf{\Gamma}_n$ и $\mathbf{G}_n$ являются известными матрицами, позволяющими перевести элементы векторов $\mathbf{g}_{мп}$ и η_n в единую систему координат, используемую в модели движения.

Следует отметить, что измерение параметров траекторий космических объектов измерительными информационными системами (например, радиолокационными системами) обычно осуществляется в сферических системах координат [4], однако в них даже невозмущенная траектория движения описывается уравнениями, содержащими производные порядка выше двух, что чрезвычайно усложняет рекуррентный фильтр, увеличивает его размерность и делает его нереализуемым в реальном масштабе времени.

Для упрощения фильтра в работе [3] предложено фильтрацию осуществлять в топоцентрической системе координат [4], а для поддержания сопровождения цели осуществлять пересчет экстраполированных координат в сферическую систему радиолокационной станции.

Таким образом, синтезируемый фильтр должен обеспечить рекуррентную фильтрацию поступающих измерений параметров космического объекта, уравнения движения которого описываются соотношением (1), а также обеспечить эффективное сопровождение объекта на участке орбитального маневра, когда значения элементов вектора $\mathbf{g}_{мп}$ априорно неизвестны.

Синтез адаптивного рекуррентного фильтра

На этапе орбитального маневра возмущение траектории (1) космического объекта может быть представлено случайным процессом [3], среднее значение которого может принимать значения из фиксированного множества состояний в диапазоне $\left[-g_{м\max},\ldots,0,\ldots,+g_{м\max}\right]$. Переходы из состояния i в состояние j совершаются с вероятностью π_{ij}, время пребывания в состоянии i является случайной величиной с плотностью вероятности $\omega\left(t_i\right)$. Такой процесс является полумарковским случайным процессом [3].

В работе [5] сделан вывод об эффективности принципа разделения для построения адаптивных систем. Целесообразно его применить для построения адаптивного фильтра.

При оценивании вектора параметров движения космического объекта $\hat{\upsilon}_n$ предположим, что известна апостериорная плотность вероятности $\omega\left(\upsilon_n \mid \{\mathbf{Y}\}_n\right)$ вектора $\mathbf{x}_n$ по данным n-мерной последовательности измерений $\{\mathbf{Y}\}_n$. Тогда при квадратичной функции потерь апостериорное математическое ожидание (оценка) может быть вычислена по формуле Байеса

$$m_{\upsilon_n} = \hat{\upsilon}_n = \int\limits_{(\Theta)} \upsilon_n \omega\left(\upsilon_n \mid \{\mathbf{Y}\}_n\right) d\upsilon_n . \qquad (2)$$

Здесь (Θ) – пространство возможных значений оцениваемого параметра.

В случае присутствия возмущающего воздействия апостериорная плотность вероятности может быть представлена в виде [6]

$$\omega\left(\upsilon_n \mid \{\mathbf{Y}\}_n\right) = \int\limits_{(\mathbf{g}_м)} \omega\left(\boldsymbol{\upsilon}_n \mid \mathbf{g}_{мп}, \{\mathbf{Y}\}_n\right) \omega\left(\mathbf{g}_{мп} \mid \{\mathbf{Y}\}_n\right) d\mathbf{g}_{мп} d\boldsymbol{\upsilon}_n . \qquad (3)$$

Здесь $(\mathbf{g}_м)$ – область возможных значений интенсивностей орбитального маневра.

Осуществляя подстановку (3) в (2), получим соотношение

$$\hat{\upsilon}_n = \int\limits_{(\Theta)} \upsilon_n \int\limits_{(\mathbf{g}_м)} \omega\left(\upsilon_n \mid \mathbf{g}_{мп}, \{\mathbf{Y}\}_n\right) \omega\left(\mathbf{g}_{мп} \mid \{\mathbf{Y}\}_n\right) d\mathbf{g}_{мп} d\upsilon_n . \qquad (4)$$

После преобразования выражения (4) имеем

$$\hat{\upsilon}_n = \int\limits_{(\mathbf{g}_м)} \hat{\upsilon}_n\left(\mathbf{g}_{мп}\right) \omega\left(\mathbf{g}_{мп} \mid \{\mathbf{Y}\}_n\right) d\mathbf{g}_{мп} . \qquad (5)$$

В работах [3], [6] предложен оригинальный подход к вычислению значений плотности вероятности $\omega\left(\mathbf{g}_{мn} \mid \left\{\mathbf{Y}\right\}_n\right)$, которые необходимы для получения значения $\widehat{\upsilon}_n$, то есть решения задачи адаптивной фильтрации.

Поскольку параметр $\mathbf{g}_{мn}$ принимает только фиксированные значения, а также учитывая свойства определенного интеграла [7], выражение (5) преобразуется к виду

$$\widehat{\upsilon}_n = \sum_{j=-k}^{k} \widehat{\upsilon}_n\left(\mathbf{g}_{мjn}\right) P\left(\mathbf{g}_{мjn} \mid \left\{\mathbf{Y}\right\}_n\right), \quad (6)$$

где $\mathbf{g}_{мjn}$ – одно из $j\ \left(j = -k, -(k-1), \ldots, 0, 1, \ldots, k-1, k\right)$ фиксированных значений параметра $\mathbf{g}_м$;

$P\left(\mathbf{g}_{мjn} \mid \left\{\mathbf{Y}\right\}_n\right)$ – полученная по результатам n измерений $\left\{\mathbf{Y}\right\}_n$ апостериорная вероятность события $\mathbf{g}_{мjn} = \mathbf{g}_{мj}$.

Применим правило Байеса [8] для вычисления $P\left(\mathbf{g}_{мjn} \mid \left\{\mathbf{Y}\right\}_n\right)$, тогда

$$P\left(\mathbf{g}_{мjn} \mid \left\{\mathbf{Y}\right\}_n\right) = \frac{P\left(\mathbf{g}_{мjn} \mid \left\{\mathbf{Y}\right\}_{n-1}\right)\omega\left(\mathbf{Y}_n \mid \mathbf{g}_{мj(n-1)}\right)}{\sum\limits_{j=-k}^{k} P\left(\mathbf{g}_{мjn} \mid \left\{\mathbf{Y}\right\}_{n-1}\right)\omega\left(\mathbf{Y}_n \mid \mathbf{g}_{мj(n-1)}\right)}. \quad (7)$$

Здесь $P\left(\mathbf{g}_{мjn} \mid \left\{\mathbf{Y}\right\}_{n-1}\right)$ – рассчитанная по результатам $n-1$ измерений априорная вероятность параметра маневра $\mathbf{g}_{мj}$ на n-ом шаге фильтрации. Для вычисления этой вероятности, учитывая полумарковость процесса маневра, применимо соотношение [3]

$$P\left(\mathbf{g}_{мjn} \mid \left\{\mathbf{Y}\right\}_{n-1}\right) = \sum_{i=-k}^{k} \pi_{ij} P\left(\mathbf{g}_{мi(n-1)} \mid \left\{\mathbf{Y}\right\}_{n-1}\right), \quad (8)$$

где $\pi_{ij} = P\left(\mathbf{g}_{мn} = \mathbf{g}_{мj} \mid \mathbf{g}_{м(n-1)} = \mathbf{g}_{мi}\right)$ – условная вероятность перехода процесса маневра из состояния i на $(n-1)$-м шаге в состояние j на n-ом шаге.

Условная плотность вероятности $\omega\left(\mathbf{Y}_n \mid \mathbf{g}_{мj(n-1)}\right)$ измеренного значения вектора параметров $\mathbf{Y}_n$, если параметр орбитального маневра на $(n-1)$-м шаге имел значение $\mathbf{g}_{мj}$, обычно аппроксимируется нормальным распределением [3], [6] с математическим ожиданием $\widehat{\mathbf{Y}}_{эnj}$ и дисперсией $\mathbf{y}_n^2$ и вычисляется по формулам

$$\widehat{\mathbf{Y}}_{эnj} = \mathbf{H}_n\left[\mathbf{\Phi}_{n-1}\upsilon_{n-1} + \Gamma_{n-1}\mathbf{g}_{мj}\right], \quad (9)$$

$$\sigma_n^2 = \mathbf{H}_n \Psi_{эn} \mathbf{H}_n^{\mathrm{T}} + \sigma_{Y_n}^2. \quad (10)$$

Здесь $\mathbf{H}_n$, $\mathbf{\Phi}_{n-1}$ – известные матрицы наблюдения и экстраполяции фильтра Калмана. Тогда учитывая соотношения (7) – (10) и обозначив $P\left(\mathbf{g}_{мjn} \mid \{\mathbf{Y}\}_n\right) = P_{nj}$, имеем выражение для апостериорной плотности вероятности

$$P_{nj} = \frac{\sum_{i=-k}^{k} \pi_{ij} P\left(\mathbf{g}_{мi(n-1)} \mid \{\mathbf{Y}\}_{n-1}\right) \exp\left[-\frac{\left(\widehat{\mathbf{Y}}_n - \widehat{\mathbf{Y}}_{эnj}\right)^2}{2\sigma_n^2}\right]}{\sum_{j=-k}^{k}\sum_{i=-k}^{k} \pi_{ij} P\left(\mathbf{g}_{мi(n-1)} \mid \{\mathbf{Y}\}_{n-1}\right) \exp\left[-\frac{\left(\widehat{\mathbf{Y}}_n - \widehat{\mathbf{Y}}_{эnj}\right)^2}{2\sigma_n^2}\right]}. \quad (11)$$

Из анализа полученного соотношения (6) может быть сделан вывод о том, что практически задача оценивания искомого вектора $\widehat{\upsilon}_n$ сводится к взвешенному усреднению оценок $\widehat{\upsilon}_n\left(\mathbf{g}_{мjn}\right)$, которые могут быть получены любым известным способом при фиксированных значениях $\mathbf{g}_{мjn}$.

Для получения оценок $\widehat{\upsilon}_n\left(\mathbf{g}_{мjn}\right)$ целесообразно применить фильтры Калмана, поскольку они традиционно используются в измерительных информационных системах и хорошо себя зарекомендовали. Тогда синтезированный адаптивный фильтр представляет собой набор фильтров Калмана для получения оценок $\widehat{\upsilon}_n\left(\mathbf{g}_{мjn}\right)$, которые на выходе суммируются с весовыми коэффициентами P_{nj} для нахождения искомой оценки $\widehat{\upsilon}_n$. Структурная схема полученного адаптивного фильтра показана на рис. 1.

Набор операций, которые выполняются в фильтре Калмана, известен [1], [3], [6] и может быть представлен в виде следующих выражений

$$\begin{aligned}
&\widehat{\upsilon}_{эn} = \mathbf{\Phi}_n \widehat{\upsilon}_{n-1};\\
&\Psi_{эn} = \mathbf{\Phi}_n \Psi_{n-1} \mathbf{\Phi}_n^{\text{т}};\\
&\mathbf{K}_n = \Psi_{эn}\mathbf{H}_n^{\text{т}}\left(\mathbf{H}_n\Psi_{эn}\mathbf{H}_n^{\text{т}} + \mathbf{R}_n\right);\\
&\widehat{\upsilon}_n = \widehat{\upsilon}_{эn} + \mathbf{K}_n\left(\mathbf{Y}_n - \mathbf{H}_n\widehat{\upsilon}_{эn}\right);\\
&\Psi_n = \Psi_{эn} - \mathbf{K}_n\mathbf{H}_n\Psi_{эn}.
\end{aligned} \quad (12)$$

Из анализа соотношений (12) можно сделать вывод, что значения коэффициентов усиления фильтров $\mathbf{K}_n$, а также ковариационных матриц ошибок оценок параметров Ψ_n не зависят от конкретного значения элементов вектора возможных значений интенсивностей орбитального маневра $\mathbf{g}_{мjn}$. Таким образом, эти параметры могут рассчитываться в отдельном блоке и использоваться сразу во всех из $2k+1$ фильтрах Калмана. Учитывая данное обстоятельство, можно сделать вывод, что вычислительные затраты, которые необходимы для реализации рассматриваемого адаптивного фильтра существенно снижаются, что является важным фактором для систем обработки информации реального времени.

Тогда структурная схема адаптивного фильтра [3] может быть представлена в следующем виде (рис. 2).

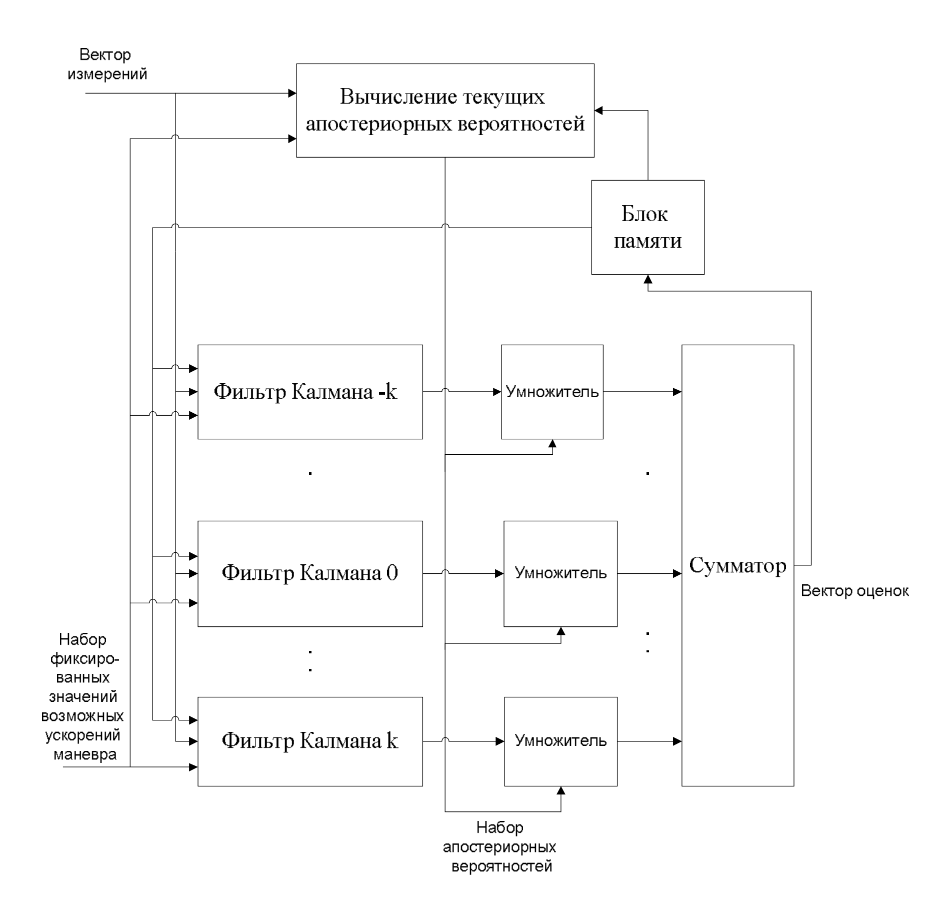


Рисунок 1 – Общая структура рекуррентного адаптивного фильтра

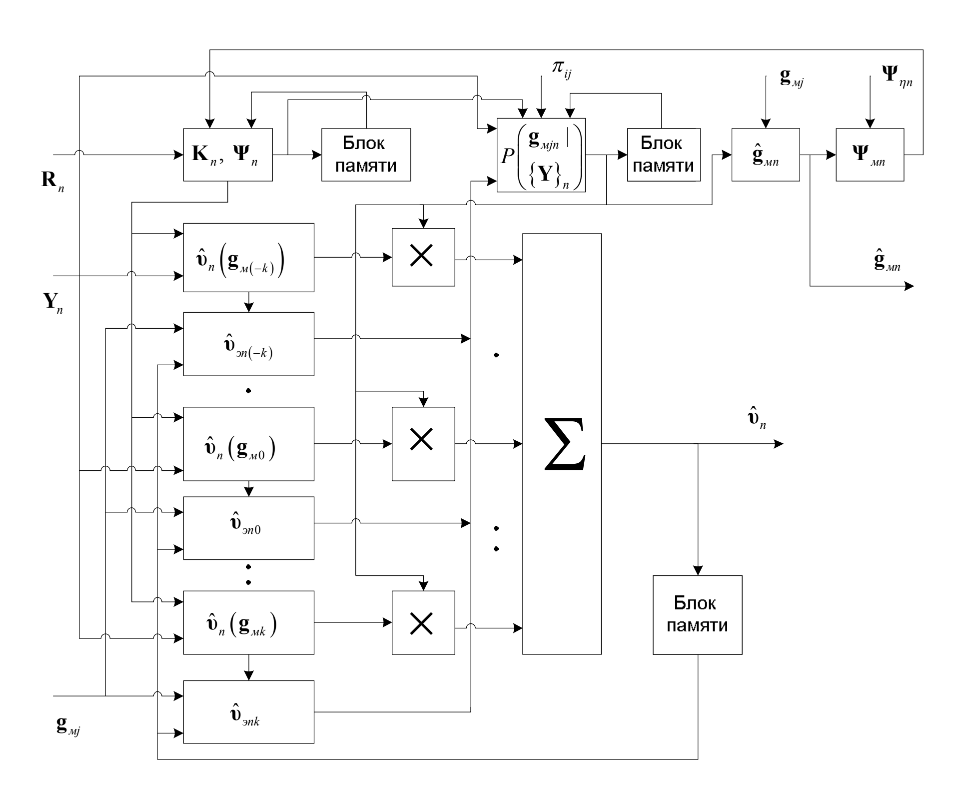


Рисунок 2 – Структурная схема адаптивного фильтра

Рассмотрим содержание основных операций, которые реализуются в адаптивном фильтре, с учетом ранее указанных особенностей обработки информации о параметрах космического объекта на участке орбитального маневра.

Пример реализации адаптивного фильтра

Следует отметить, что измерения координат космических объектов радиолокационными станциями обычно производятся во второй сферической системе координат [4] $R,\ \varepsilon,\ \gamma$. Однако вследствие особенностей такой системы ускорение может достигать существенно больших величин, чем в прямоугольных системах координат.

К примеру, при скорости полета $V = 8$ км/с на дальности $R = 500$ км при $\dot{R} = 0$ значение радиального ускорения составит $\ddot{R} \approx 128$ м/с^2, в то время как в прямоугольных инерциальных системах координат максимальное значение ускорения не превышает величины ускорения свободного падения $g_з \approx 10$ м/с^2. Это приведет к тому, что фильтр будет работать постоянно в режиме маневра, кроме того, потребуется больше блоков, которые реализуют фильтры Калмана, которые настроены на определенную интенсивность маневра. Следовательно, обработку информации в адаптивном фильтре целесообразно производить в прямоугольной системе координат.

Применим для этого топоцентрическую систему координат [4], как непосредственно связанную с местом размещения измерительной информационной системы. Начало ее находится на поверхности Земли (Землей понимается ее шаровая модель). Ось y направлена в зенит по нормали к поверхности, а оси x и z лежат в горизонтальной плоскости. Направление оси z задается азимутом $A_з$ ($A_з$ – угол, отсчитываемый от направления на север по часовой стрелке до оси z). Ось x дополняет систему до правой.

Топоцентрические прямоугольные координаты выражаются через сферические $R,\ \varepsilon,\ \gamma$ при помощи соотношений

$$x = R\sin\varepsilon\cos\gamma;\ y = R\sin\varepsilon\sin\gamma;\ z = R\cos\varepsilon. \tag{13}$$

Здесь $\varepsilon\ \left(0 \le \varepsilon \le \pi\right)$ – угол между осью z и линией, соединяющей начало координат с точкой $a\left(R,\ \varepsilon,\ \gamma\right)$. Угол $\gamma\ \left(-\pi \le \gamma \le \pi\right)$ представляет собой линейный угол двугранного угла, образованного горизонтальной плоскостью и плоскостью, проходящей через ось z и точку a.

Будем считать, что на $\left(n-1\right)$-м шаге получены вектор оценок параметров траектории космического объекта $\hat{\upsilon}_{n-1} = \left(\hat{x}_{n-1}, \hat{\dot{x}}_{n-1}, \hat{\ddot{x}}_{n-1}, \hat{y}_{n-1}, \hat{\dot{y}}_{n-1}, \hat{\ddot{y}}_{n-1}, \hat{z}_{n-1}, \hat{\dot{z}}_{n-1}, \hat{\ddot{z}}_{n-1}\right)^{\mathrm{T}}$, апостериорные вероятности возможных значений интенсивностей маневра $P\left(\mathbf{g}_{мj} \mid \left\{\mathbf{Y}\right\}_n\right)$ $\left(j = -k, -\left(k-1\right), \ldots, 0, 1, \ldots, k-1, k\right)$, ковариационная матрица случайной составляющей и шумов управления $\Psi_{\eta(n-1)}$, а также ковариационная матрица ошибок оценок

$$\Psi_{n-1} = \begin{pmatrix} \psi_{11(n-1)} & \psi_{12(n-1)} & \cdots & \psi_{18(n-1)} & \psi_{19(n-1)} \\ \psi_{21(n-1)} & \psi_{22(n-1)} & \cdots & \psi_{28(n-1)} & \psi_{29(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \psi_{81(n-1)} & \psi_{82(n-1)} & \cdots & \psi_{88(n-1)} & \psi_{89(n-1)} \\ \psi_{91(n-1)} & \psi_{92(n-1)} & \cdots & \psi_{98(n-1)} & \psi_{99(n-1)} \end{pmatrix}. \tag{14}$$

При этом следует учесть, что элементы $\psi_{ii(n-1)}$ $(i=1,\ldots,9)$ являются дисперсиями ошибок оценок соответствующих параметров вектора $\widehat{\upsilon}_{n-1}$, а остальные элементы представляют собой соответствующие ковариации.

Экстраполяция параметров траектории для каждого из возможных $\mathbf{g}_{мj}$ $\left(j=-k,-(k-1),\ldots,0,1,\ldots,k-1,k\right)$ осуществляется по формулам

$$\widehat{\upsilon}_{эn}\left(\mathbf{g}_{мj}\right)=\mathbf{\Phi}_{n}\widehat{\upsilon}_{n-1}+\mathbf{\Phi}_{мn}\mathbf{g}^{p}_{мj}\,, \tag{15}$$

где матрицы $\mathbf{\Phi}_{n}$, $\mathbf{\Phi}_{мn}$ – матрицы экстраполяции векторов состояния и маневра соответственно. При этом

$$\mathbf{\Phi}_{n}=\begin{pmatrix}\mathbf{\Phi}_{э} & \mathbf{0} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{\Phi}_{э} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{\Phi}_{э}\end{pmatrix}, \tag{16}$$

где $\mathbf{\Phi}_{э}=\begin{pmatrix}1 & \tau_{э} & \tau_{э}^{2}/2\\ 0 & 1 & \tau_{э}\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ – матрица экстраполяции части вектора состояния, соответствующей определенной координате и ее двум производным.

Матрица $\mathbf{\Phi}_{мn}$ имеет вид

$$\mathbf{\Phi}_{мn}=\begin{pmatrix}\mathbf{\Phi}_{эмn} & \mathbf{0} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{\Phi}_{эмn} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{\Phi}_{эмn}\end{pmatrix},\ \mathbf{\Phi}_{эмn}=\begin{pmatrix}0 & 0 & \tau_{э}^{2}/2\\ 0 & 0 & \tau_{э}\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}, \tag{17}$$

где $\tau_{э}$ – интервал экстраполяции, а расширенный вектор возможных интенсивностей маневра $\mathbf{g}^{p}_{мj}=\left(0,\ 0,\ \ddot{x}_{мj},\ 0,\ 0,\ \ddot{y}_{мj},\ 0,\ 0,\ \ddot{z}_{мj}\right)$.

Расчет ковариационной матрицы ошибок экстраполяции осуществляется по формуле

$$\Psi_{эn}=\mathbf{\Phi}_{n}\Psi_{n-1}\mathbf{\Phi}^{\mathrm{т}}_{n}. \tag{18}$$

Вычисление вектора коэффициентов усиления фильтра в соответствующем блоке производится в соответствии с выражением

$$\mathbf{K}_{n}=\Psi_{эn}\mathbf{H}^{\mathrm{т}}_{n}\left(\mathbf{H}_{n}\Psi_{эn}\mathbf{H}^{\mathrm{т}}_{n}+\mathbf{R}_{n}\right), \tag{19}$$

где матрица наблюдения $\mathbf{H}_{n}=\begin{pmatrix}1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\end{pmatrix}$, ковариационная матрица ошибок измерения $\mathbf{R}_{n}=\begin{pmatrix}\sigma^{2}_{x_n} & 0 & 0\\ 0 & \sigma^{2}_{y_n} & 0\\ 0 & 0 & \sigma^{2}_{z_n}\end{pmatrix}$ имеет диагональный вид, поскольку в

соответствии с рекомендациями, которые изложены в работе [3], целесообразно перейти к упрощенному методу фильтрации и не учитывать ковариации, которые возникают при пересчете матрицы ошибок измерения из сферической системы координат в прямоугольную. При этом потеря точности не превышает 5 – 15 процентов, но существенно снижаются вычислительные затраты.

Ковариационная матрица ошибок оценок параметров определяется по формуле

$$\Psi_n = \Psi_{эп} - \mathbf{K}_n \mathbf{H}_n \Psi_{эп} . \qquad (20)$$

Оценки фильтруемых параметров для каждого из возможных значений интенсивностей маневра $\mathbf{g}_{мj}$ вычисляются по формуле

$$\hat{\upsilon}_{nj} = \hat{\upsilon}_{эп}\left(\mathbf{g}_{мj}\right) + \mathbf{K}_n\left(\mathbf{Y}_n - \mathbf{H}_n \hat{\upsilon}_{эп}\left(\mathbf{g}_{мj}\right)\right),\ j = -k,\ldots,0,\ldots,k . \qquad (21)$$

Апостериорные вероятности (веса возможных значений интенсивностей маневра) определяются на основании выражения

$$P_{nj} = \frac{\sum_{i=-k}^{k} \pi_{ij} P\left(\mathbf{g}_{мi(n-1)} \mid \{\mathbf{Y}\}_{n-1}\right) \exp\left[-\frac{\left(\hat{\mathbf{Y}}_n - \hat{\mathbf{Y}}_{эпj}\right)^2}{2\left(\Psi_n + \Psi_{эп}\right)^2}\right]}{\sum_{j=-k}^{k}\sum_{i=-k}^{k} \pi_{ij} P\left(\mathbf{g}_{мi(n-1)} \mid \{\mathbf{Y}\}_{n-1}\right) \exp\left[-\frac{\left(\hat{\mathbf{Y}}_n - \hat{\mathbf{Y}}_{эпj}\right)^2}{2\left(\Psi_n + \Psi_{эп}\right)^2}\right]},\ j = -k,\ldots,0,\ldots,k . \qquad (22)$$

Оценка параметров движения космического объекта вычисляется в соответствии с формулой

$$\hat{\upsilon}_n = \sum_{j=-k}^{k} P_{nj} \hat{\upsilon}_{nj} . \qquad (23)$$

Оценка элементов вектора интенсивностей маневра осуществляется по формуле

$$\hat{\mathbf{g}}_{мn} = \sum_{j=-k}^{k} P_{nj} \mathbf{g}_{мj} . \qquad (24)$$

Из анализа выражений (15) – (24) следует, что в случае, когда измерения по координатам считаются независимыми [3], то рассматриваемый фильтр может быть разделен на три независимых фильтра, что приведет к снижению размерности обрабатываемых матриц до трех вместо девяти, а это позволит существенно снизить вычислительные затраты, необходимые для реализации фильтра.

Упрощение фильтра

Рассматриваемый рекуррентный адаптивный фильтр требует для своей реализации выполнения достаточно большого количества матричных операций вследствие необходимости $(k+1)$ раз вычислять $\hat{\upsilon}_{эп}\left(\mathbf{g}_{мj}\right)$, $\hat{\upsilon}_{nj}$ и P_{nj} на каждом шаге обработки информации о космическом объекте. В работе [3] предложен подход, который позволяет упростить адаптивный фильтр. Суть его состоит в том, что

находится взвешенная оценка экстраполированных значений параметров, которая затем используется в одном обычном фильтре Калмана (12). При этом указанная оценка вычисляется по формуле

$$\hat{\upsilon}_{эп} = \sum_{j=-k}^{k} P_{nj}\hat{\upsilon}_{эп}\left(\mathbf{g}_{мj}\right). \tag{25}$$

Структурная схема такого упрощенного фильтра представлена на рис. 3.

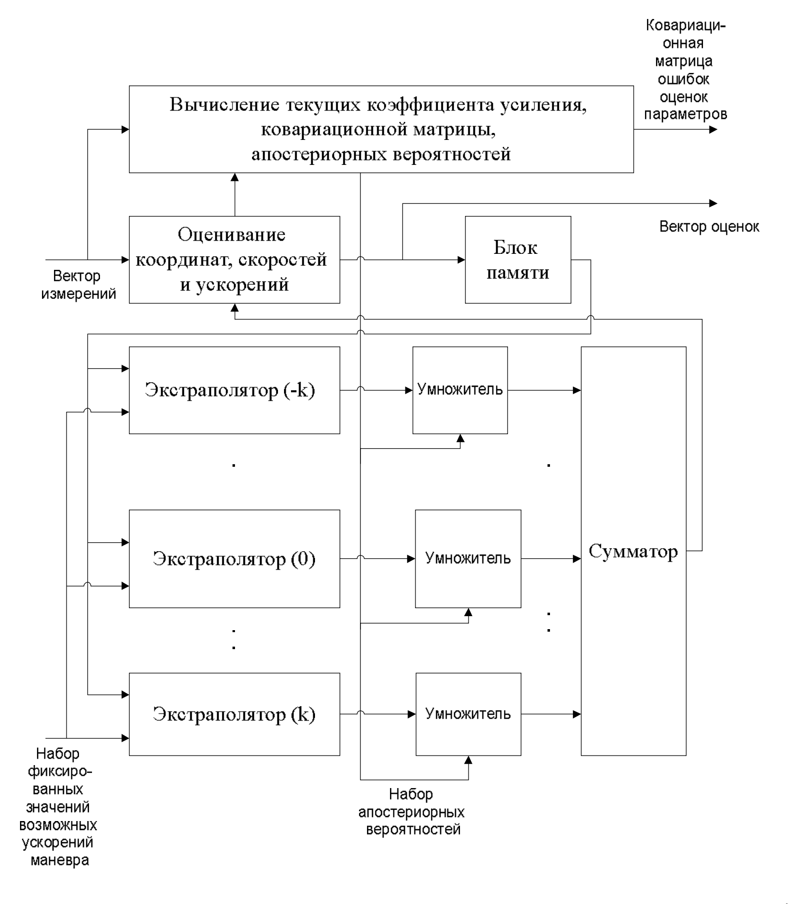


Рисунок 3 – Структурная схема упрощенного адаптивного фильтра

Результаты моделирования

Для исследования эффективности применения предлагаемого фильтра осуществлено статистическое моделирование его работы. Для получения результатов произведено 78 реализаций, что обеспечило уровень доверительной вероятности 97,5 процента.

Моделирование движения космического аппарата [9] осуществлялось путем интегрирования уравнений движения в топоцентрической системе координат методом Рунге – Кутта четвертого порядка

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= -\mu x r^{-3} - 2\left(\dot{z}\omega_y - \dot{y}\omega_z\right) + x\omega_з^2 - m\omega_x; \\ \ddot{y} &= -\mu\left(y + r_з\right)r^{-3} - 2\left(\dot{x}\omega_z - \dot{z}\omega_x\right) + \left(y + r_з\right)\omega_з^2 - m\omega_y; \\ \ddot{z} &= -\mu z r^{-3} - 2\left(\dot{y}\omega_x - \dot{x}\omega_y\right) + z\omega_з^2 - m\omega_z, \end{aligned} \tag{26}$$

где геоцентрический гравитационный параметр $\mu = 398603$ км$^3/$с^2; составляющие вектора-строки угловой скорости вращения Земли $\omega_з = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ определяются в соответствии с выражениями $\omega_x = \omega_з \cos\varphi_з \sin A_з$, $\omega_y = \omega_з \sin\varphi_з$, $\omega_z = \omega_з \cos\varphi_з \cos A_з$; $\varphi_з$ – широта точки стояния измерительной информационной системы; параметр $m = x\omega_x + (y + r_з)\omega_y + z\omega_z$; $r_з$ – радиус Земли; $A_з$ – азимут топоцентрической системы координат; угловая скорость вращения Земли $\omega_з = 0,727211 \cdot 10^{-4}$ рад/с.

Для моделирования маневра космического аппарата в уравнения движения добавлялись соответствующие компоненты вектора маневра $(\ddot{x}_м, \ddot{y}_м, \ddot{z}_м)$ в необходимые моменты времени.

Моделировался маневр космического объекта, осуществляющего движение по круговой околоземной орбите радиусом 6771 км. Корректирующий орбитальный маневр осуществлялся под действием непрерывной тяги в течение десяти периодов обзора радиолокационной станции. Компоненты вектора маневра составили (10 м/с^2, 10 м/с^2, 10 м/с^2).

В адаптивном фильтре произведено разбиение на пять возможных значений интенсивностей маневра $(-16,-16,-16)$, $(-8,-8,-8)$, $(0,0,0)$, $(8,8,8)$, $(16,16,16)$. В качестве характеристики эффективности работы фильтра применялась относительная шаровая динамическая ошибка $\sigma_{дотн} = \sigma_{шд}/\sigma_{шизм}$, при этом $\sigma_ш = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2}$.

Обработка поступающей информации осуществлялась с помощью обычного фильтра Калмана, адаптивного фильтра с линейной моделью движения [3], предлагаемого адаптивного фильтра.

Результаты моделирования показали, что на участке маневра $\sigma_{дотн}$ не превышала значение 0,5 для предлагаемого фильтра, 1,2 – для фильтра [3], 1,9 – для фильтра Калмана. При этом фильтр [3] постоянно работал в режиме маневра. На стационарном участке обработки измерений величина $\sigma_{дотн}$ для рассматриваемого фильтра превосходила аналогичную величину для фильтра Калмана на 12 процентов, а у фильтра [3] на 21 процент.

Выводы

1. Разработан рекуррентный адаптивный фильтр, который позволяет эффективно осуществлять обработку информации о космических объектах на участке орбитального маневра.

2. Особенностью фильтра является применение в составляющих фильтрах или в экстраполяторах упрощенного фильтра квадратичной модели движения, которая в большей степени соответствует реальному движению космических объектов на интервалах их сопровождения измерительными информационными системами.

3. В основе синтеза лежит принцип разделения.

4. Разработанный фильтр показал свое превосходство перед аналогом и обычным фильтром Калмана при работе на участке орбитального маневра, обеспечив динамическую ошибку на 50 – 70 процентов меньшую, чем фильтры, с которыми производилось сравнение.

Литература

1. Балакришнан А. Теория фильтрации Калмана: Пер. с англ. – М.: Мир, 1988. – 168 с.
2. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1979. – 285 с.
3. Кузьмин С.З. Основы проектирования систем цифровой обработки радиолокационной информации. – М.: Радио и связь, 1986. – 352 с.
4. Саврасов Ю.С. Методы определения орбит космических объектов. – М.: Машиностроение, 1981. – 174 с.
5. Лайниотис Д. Разделение – единый метод построения адаптивных систем. – ТИИЭР. – 1976. – Т. 64, № 8. – С. 8-27.
6. Кузьмин С.З. Цифровая радиолокация. Введение в теорию. – Киев: КВЦ, 2000. – 428 с.
7. Фильчаков П.Ф. Справочник по высшей математике. – К.: Наукова думка, 1974. – 744 с.
8. Карлин С. Основы теории случайных процессов: Пер. с англ. – М.: Мир, 1971. – 264 с.
9. Иванов Н.М., Лысенко Л.Н. Баллистика и навигация космических аппаратов. – М.: Дрофа, 2004. – 544 с.

І.Ю. Грішин

Метод адаптивної рекурентної фільтрації вимірювань параметрів космічних об'єктів

У роботі розглянутий синтез адаптивного рекурентного фільтру, який призначений для статистичної обробки вимірювань параметрів руху космічних об'єктів на етапі орбітального маневру у вимірювальних інформаційних системах. В основі розробки лежить принцип розділення. У фільтрі врахована особливість моделі руху космічних об'єктів, що дозволило ефективно здійснювати ідентифікацію параметрів траєкторії на етапі орбітального маневру, а також істотно понизити динамічну помилку супроводження на даному етапі.

I.Yu. Grishin

The Method of Adaptive Recurrent Filtration of Space Objects Parameters Measurings

The synthesis of adaptive recurrent filter which is intended for statistical treatment of measurings of space objects parameters movement on the stage of orbital maneuver in the measuring informative systems is considered. Development principle of separation is underlaid. The model of space objects motion is taken into account in a filter, which allowed effectively to carry out authentication of trajectory parameters on the stage of orbital maneuver, and substantially to reduce the run-time error of addition on this stage.

Статья поступила в редакцию 10.07.2008.